

LE CALCUL MENTAL

AU CYCLE 2

Groupe Départemental Mathématiques du Cantal
année 2012-2013

PLAN :

- Echanges à propos des pratiques
- Détour historique
- A quoi sert le calcul mental?
- Le point sur les mots
- Les programmes
- Calcul réfléchi et calcul automatisé
- Le calcul mental : un enseignement
 - deux types de séances
 - le déroulement d'une séance
 - le rôle de l'enseignant
 - la mise en œuvre :
 - l'évaluation
- Le cas de la GS
- Progression/programmation
- Des outils en ligne, des jeux du commerce et des jeux à fabriquer
- Bibliographie



Echange de pratiques :

Qui enseigne en CP ? En CE1 ? En CP/CE1 ? Autre configuration ?

Quel fichier ou quel manuel de maths utilisez-vous ?

Qu'est-ce que le calcul mental pour vous ? (des exemples d'activités)

Combien de temps votre fichier consacre-t-il au calcul mental ?

Combien dure une séance de calcul mental?

Quel(s) intérêt(s) trouvez-vous à cette pratique?

Dans votre classe, la pratique du calcul mental est-elle déconnectée du fichier ou du manuel?

Suivez-vous une progression particulière en calcul mental?

Est-ce que les élèves aiment le calcul mental?

Est-ce qu'ils progressent tous?

Détour historique



•**En 1909:** « Les exercices de calcul mental figureront à l'emploi du temps et ne devront pas être sacrifiés à des occupations considérées comme plus importantes. »

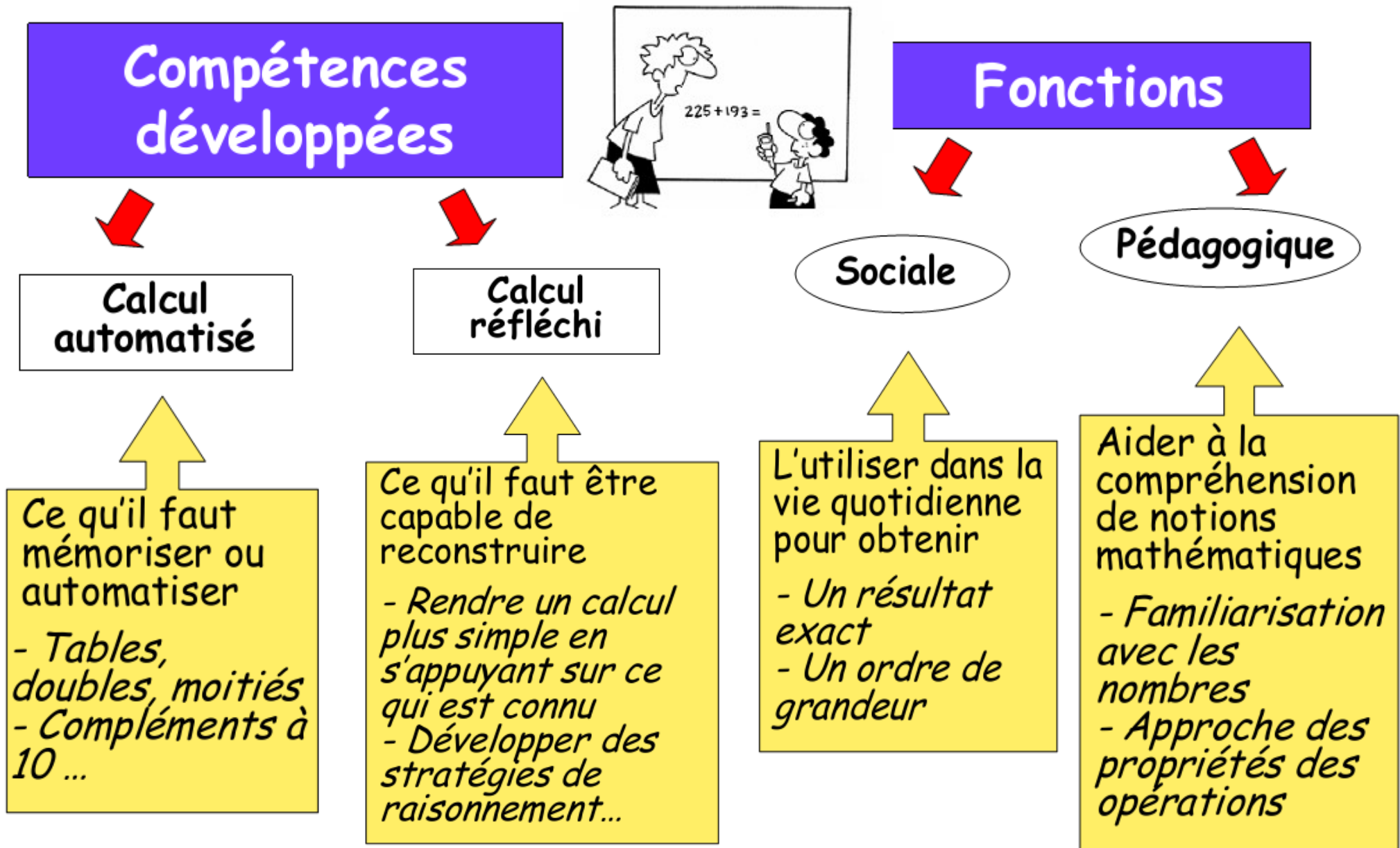
•**En 1970:** « Il est essentiel, et cela à tous les niveaux, que les élèves calculent mentalement [...]. La valeur éducative des exercices de calcul mental réside tout autant dans la manière de conduire le calcul que dans sa rapidité. »

•**En 2002:** « Automatisé ou réfléchi, le calcul mental doit occuper la place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière, dès le cycle 2. »

•**Avril 2007:** « L'entraînement au calcul mental doit être quotidien dès le CP et se prolonger tout au long de l'école élémentaire. C'est au cycle 2 que les élèves élaborent les bases du calcul mental, en particulier dans le domaine additif. Il s'appuie sur la connaissance progressive de la table d'addition puis de la table de multiplication. Les compétences correspondantes doivent donc être développées en priorité, notamment à travers le calcul réfléchi. Les procédures utilisées doivent être explicitées et faire l'objet d'échanges entre les élèves. »

• **Juin 2008:** « L'entraînement quotidien au calcul mental permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés. »

A quoi sert le calcul mental ?



Le point sur les mots

Calcul mental

Ne pas formuler à l'écrit un calcul, même si le résultat peut être écrit, voire l'énoncé du calcul.

Calcul automatisé

Viser la mémorisation de résultats directement disponibles (tables) ou l'automatisation de procédures (aller à la dizaine supérieure).

Calcul posé

Utiliser d'une technique opératoire.

Calcul réfléchi

Obtenir par une démarche personnelle le résultat d'un calcul, en le décomposant en calculs plus accessibles.

Calcul instrumenté

Faire appel à un instrument qui génère un résultat (calculatrice, tableur...).

De la recherche à la pratique.

Ref : D. Bulten, F. Boule, J.P. Fischer, R. Brissiaud

Les différents moyens de calculer sont **le calcul posé**, **le calcul instrumenté** et **le calcul mental**.

Le calcul mental :

- Englobe le **calcul réfléchi** et le **calcul automatisé**
- Il s'effectue le plus souvent sans support écrit ce qui nécessite un effort d'attention de mémoire et de réflexion
- Il s'appuie sur la nature des nombres et sur les propriétés des opérations.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 13 \\ + 13 \\ + 13 \\ + 13 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \\ 13 \\ \times 4 \\ \hline 52 \end{array}$$





Dans le calcul automatisé les résultats sont immédiatement disponibles

- ✎ **Soit parce qu'ils sont mémorisés**
 - tables, carrés...
 - résultats de calculs particuliers.
- ✎ **Soit parce qu'ils sont obtenus par des procédures automatisées :**
 - mises en œuvre consciemment mais rapidement (x10, x100...)
 - utilisées inconsciemment (propriété des opérations...).

Dans le calcul réfléchi les résultats sont obtenus après élaboration d'une stratégie ou d'un raisonnement visant à rendre plus facile leur obtention. Cette stratégie ou ce raisonnement dépend:

- comme dans la résolution d'un problème, du **vécu social ou scolaire** de l'individu, (existence de procédures de référence)
- des connaissances en **calcul automatisé**,
- des nombres, du contexte, du moment, du contrat...

Automatisé

- ✎ **Stable chez un même individu** : Le rappel des résultats et des procédures se fait automatiquement et probablement de façon semblable d'une fois à l'autre.
- ✎ **Assez proche d'un individu à l'autre** : Ce sont des répertoires, des règles ou des procédures communs à tous.

Réfléchi

- ✎ **Variable chez le même individu** selon le moment, le contexte...
- ✎ **Très personnalisé** : Le **même calcul** peut être réalisé de **plusieurs manières** selon les individus, notamment **en fonction de leurs connaissances** sur les nombres et les opérations. Mentalement ou avec traces écrites.

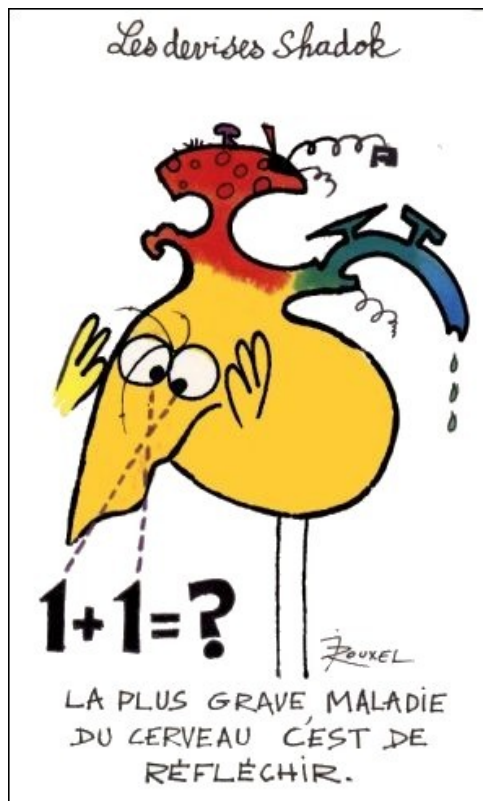


Automatisé

- ✎ nécessite **peu d'efforts**, car exécuté par réflexe. Il peut être **réalisé rapidement**.

Réfléchi

- ✎ la **charge mentale de travail** peut être importante... **le temps disponible** plus important et les **traces écrites** parfois nécessaires.



$$26 \times 12 =$$

Le point de vue d'une commission de réflexion :

« *Le calcul mental est une façon privilégiée de **lier calcul et raisonnement**, en mettant en jeu les propriétés des nombres et des opérations. Il n'est bien sûr pas question de viser l'apprentissage systématique de techniques de calcul mental... il s'agit d'**utiliser les caractéristiques** du calcul mental pour :*

- *susciter la réflexion sur le calcul,*
- *mettre en évidence la diversité des façons possibles d'aborder un calcul, comparer leur coût, les connaissances qui les fondent,*
- *susciter des formulations, des généralisations, des preuves. »*

Extrait de la commission Kahane
(commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques CREM)

Que disent les programmes?

Les Programmes :

« La connaissance des nombres et le calcul constituent des objectifs prioritaires du CP et du CE1.»

« L'entraînement quotidien au **calcul mental** permet une connaissance plus approfondie des nombres et une familiarisation avec leurs propriétés. »

Les élèves mémorisent et utilisent les tables d'addition et de multiplication (par 2, 3, 4 et 5)

Le socle commun des connaissances Palier 1 : compétence 3

- restituer et utiliser les tables d'addition et de multiplication par 2, 3, 4 et 5
- calculer mentalement en utilisant des additions, des soustractions et des multiplications simples
- diviser par 2 et par 5 des nombres entiers inférieurs à 100 (dans le cas où le quotient exact est entier)

Les repères pour organiser la progressivité des apprentissages

CP	CE1
<ul style="list-style-type: none">- Produire et reconnaître les décompositions additives des nombres inférieurs à 20- Connaître les doubles et les moitiés des nombres inférieurs à 20- Connaître la table de 2- Calculer mentalement sommes et différences	<p>Ecrire ou dire des suites de nombres de 10 en 10 ou de 100 en 100</p> <p>Connaître les doubles et les moitiés de nombres d'usage courant</p> <p>Mémoriser les tables de multiplication de 2, 3, 4, 5</p> <p>Connaître et utiliser des procédures de calcul mental pour calculer des sommes, des différences, des produits</p>

Le calcul automatisé

Savoirs
à
développer

Consolider les images mentales des petits nombres

- Utilisation de représentations imagées :
 - Constellations (dominos, dés...)
 - Figurations à l'aide des doigts...

Mémorisation des tables d'addition et de multiplication

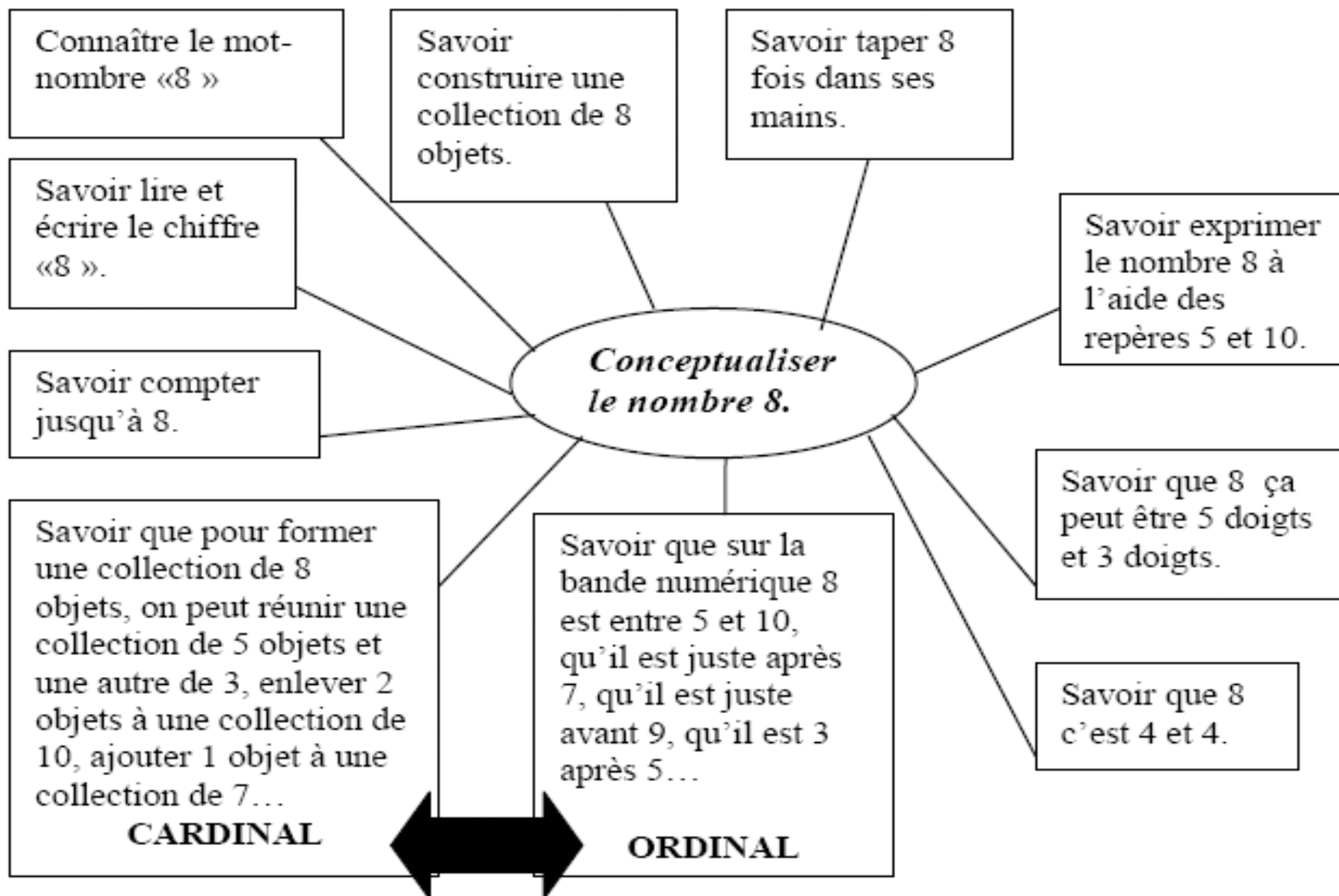
- Utiliser ce que l'on sait déjà (4×5 c'est le double de 2×5 ; 3×3 c'est 3 de plus que 2×3 ; 3×4 c'est pareil que 4×3 ...)

Mettre les nombres entiers en relation

- Comptine ordonnée des nombres
- Surcomptage et décomptage sur bande numérique
- Appui sur des doubles connus ($5 + 4 = 4 + 4 + 1$)
- Répétition des unités à l'intérieur des dizaines
- Usage d'opérateurs simples (+1 -1 +10 -10)
- Décompositions additives des nombres inférieurs à 10
- Passage à la dizaine pour calculer $8+5$ ou $26+9$

Calcul automatisé :

1- Consolider les images mentales des petits nombres



Activité : Le nombre du jour pour les CE1

Calcul automatisé :

2- Qu'est-ce que connaître les tables d'addition ?

Connaître ses tables c'est :

- dire instantanément n'importe quel résultat
- être capable d'exploiter rapidement cette connaissance pour donner un résultat connexe :

Expl : répondre à « $7 + 6$ » c'est :

- donner rapidement « 13 »
- savoir ce qui manque à 6 pour faire 13 : $6 + \dots = 13$ ou $13 - 6 = \dots$
- savoir comment aller de 7 à 13 : $7 + \dots = 13$ ou $13 - 7 = \dots$

Rappel :

« La récitation des tables dans l'ordre croissant peut constituer une gêne pour une mémorisation efficace. » document d'accompagnement des programmes 2002

Donc connaître ses tables c'est :

- donner du sens
- utiliser des points d'appui

Calcul automatisé :

Qu'est-ce que connaître les table d'additions ?

+	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										



Les doubles



Les amis pour faire 10



La numération



Les « presque » doubles



Le passage par 10



Le surcomptage avec utilisation de la commutativité (+1, +2, +3)

Conditions de mémorisation :

- Compréhension de l'opération en jeu :
Représentations mentales du calcul à effectuer.
- Prise de conscience de la nécessité d'un répertoire :
Recenser les résultats connus,
Compléter et organiser le répertoire.
- Capacité à élaborer les résultats connus pour en construire d'autres :
Avoir des points d'appui : étape décisive dans la mémorisation.
- Entraînement des résultats mémorisés :
Diversité des représentations mises en jeu,
Disponibilité des résultats.



Même s'il est indispensable, l'entraînement n'est pas le seul ressort de la mémorisation.

Calcul automatisé :

2- Qu'est-ce que connaître les tables de multiplication ?

1	fois 3	fait	3
2	— 3	font	6
3	— 3	—	9
4	— 3	—	12
5	— 3	—	15
6	— 3	—	18
7	— 3	—	21
8	— 3	—	24
9	— 3	—	27
10	— 3	—	30

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Trouvé sur le forum de magicmaman:

Voilà, mon fils est en CE1, il doit savoir les tables de multiplication jusqu'à 5 dans le désordre et il ne les sait pas... alors qu' il les savait à chaque fois que je les lui ai fait apprendre à la maison..

bref soit il a tout oublié soit il ne veut pas les apprendre!

C'est vrai que c'est fastidieux mais il faut quand même qu'il les sache!

J'ai essayé de les lui faire écrire, de les lui faire réciter, de faire sous forme ludique en piochant des petits papiers...mais on va pas y passer l'après-midi car là vraiment ça va le dégouter et il ne retiendra rien!

Donc si vous avez été confrontés à la même situation merci de vos tuyaux..j'y retourne.

Débat

L'avis de Jean-Luc Bregeon:

Dans la tradition pédagogique depuis un siècle au moins, on peut voir dans les manuels scolaires deux modes de présentation concurrents des tables de multiplication et de récitation de ces tables:

- la présentation et la récitation qui gardent constant le multiplicateur (c'est-à-dire le « nombre de fois ») :

3 fois 1 : 3 3 fois 2 : 6 3 fois 3 : 9 etc.

- la présentation et la récitation qui gardent constant le multiplicande (le nombre à répéter). Par exemple, voici une présentation de la table de 3 dans un manuel scolaire du début du XXème siècle[1] :

1 fois 3 fait	3
2 — 3 font	6
3 — 3 —	9
4 — 3 —	12
5 — 3 —	15
6 — 3 —	18
7 — 3 —	21
8 — 3 —	24
9 — 3 —	27
10 — 3 —	30

C'est le choix que nous retenons pour une raison évidente : il s'appuie le mieux sur le sens de la multiplication tel que l'enfant le perçoit. Il peut ainsi établir plus facilement des associations entre les nombres. Par exemple, s'il sait « 4 fois 3 » (12), il peut déduire facilement « 5 fois 3 » (15) car c'est $12 + 3$.

Calcul automatisé :

2- Qu'est-ce que connaître les tables de multiplication ?

Apprendre la table de multiplication, c'est:

1. Donner un sens au mot fois.

2. Utiliser des points d'appui:

- comptage de n en n ;
- retrouver un résultat à partir d'un résultat connu: comptage de n en n
- connaître les doubles;
- connaître les tables de 2 et de 5;
- connaître les carrés;
- savoir que multiplier par 2, c'est doubler, multiplier par 4, c'est doubler 2 fois;
- utiliser la commutativité
- etc.

4	4	6	8	7	1	5
4	1	8	2	7	6	3
9	6	6	1	3	2	5
3	1	7	4	9	6	3
6	5	7	2	5	4	9
7	1	2	3	8	4	8
2	5	5	2	3	9	8

Le calcul réfléchi

Un calcul est proposé. Plusieurs procédures sont possibles.

Le travail en classe doit être axé sur l'explicitation et la confrontation des procédures pour en mesurer l'efficacité et la pertinence.

- Il faut éviter la saturation de la mémoire de travail en autorisant les élèves à noter les résultats intermédiaires.

Énoncé	Calcul	Résultat
Ecrit permanent Ecrit temporaire Oral	Calcul mental Avec ou non un support visuel (bande numérique, graduation, tableau de nombres,...) Avec ou non l'écriture de résultats intermédiaires	Ecrit Frappé au clavier Oral

Expl 1 :

Calculer « $42 - 28$ » :

- ôter 20 puis 8 (décomposition),
- ôter 30 puis ajouter 2 (pivotement),
- aller de 28 à 42 (jalonnement),
- calculer $44 - 30$ (décalage).

L'aisance en calcul réfléchi :

Cela dépend de :

- la qualité de mémorisation de certains résultats,
- la capacité à jouer avec les nombres,
- la capacité à changer de procédures en fonction des nombres donnés,
- la nature des situations proposées aux élèves pour apprendre à calculer.

Expl 2 :

Affichage
au tableau

x	5	6	7	8	9
3			21		27
4		24			
5	25		35		



3 x 6 ?
4 x 8 ?
5 x 6 ?
4 x 5 ?
5 x 9 ?

Produits
demandés
en calcul
réfléchi

Le calcul réfléchi

Expl 3 :

Computix

A										B
	5	1	2	6	1					
	9	3	9	10	7					
	8	4	5	8	10					
	7	9	3	7	7					
	7	6	3	6	3					

Computix

Nombre de joueurs : 2

But du jeu : avoir le plus de points.

Matériel : une des 3 grilles du jeu, un crayon

Déroulement : l'un des joueurs jouera sur les lignes, l'autre les colonnes. Celui qui a choisi les lignes barre une case et ajoute le nombre indiqué à son total. Depuis la case barrée, l'autre joueur choisit une case sur la colonne et fait de même.

Si l'un des joueurs ne peut pas jouer, il passe son tour. Quand toutes les cases sont barrées ou quand les deux joueurs passent, le jeu s'arrête.

Exemple :

	Dans la ligne centrale, A choisit le 10	Dans la colonne du 10, B choisit le 7 inférieur	Dans la ligne du 7, A choisit le 9	Dans la colonne du 9, B choisit le 6																																																																																																			
grille de départ																																																																																																							
<table border="1"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td><td>9</td><td>10</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td>10</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	5	1	2	6	1	9	3	9	10	7	8	4	5	8	10	7	9	3	7	7	7	6	3	6	3	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td><td>9</td><td>10</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td>10</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	5	1	2	6	1	9	3	9	10	7	8	4	5	8	10	7	9	3	7	7	7	6	3	6	3	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td><td>9</td><td>10</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	5	1	2	6	1	9	3	9	10	7	8	4	5	8		7	9	3	7	7	7	6	3	6	3	<table border="1"> <tr><td>5</td><td>1</td><td>2</td><td>6</td><td>1</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td><td>9</td><td>10</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td></td><td>3</td><td>7</td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>6</td><td>3</td><td>6</td><td>3</td></tr> </table>	5	1	2	6	1	9	3	9	10	7	8	4	5	8		7		3	7		7	6	3	6	3
5	1	2	6	1																																																																																																			
9	3	9	10	7																																																																																																			
8	4	5	8	10																																																																																																			
7	9	3	7	7																																																																																																			
7	6	3	6	3																																																																																																			
5	1	2	6	1																																																																																																			
9	3	9	10	7																																																																																																			
8	4	5	8	10																																																																																																			
7	9	3	7	7																																																																																																			
7	6	3	6	3																																																																																																			
5	1	2	6	1																																																																																																			
9	3	9	10	7																																																																																																			
8	4	5	8																																																																																																				
7	9	3	7	7																																																																																																			
7	6	3	6	3																																																																																																			
5	1	2	6	1																																																																																																			
9	3	9	10	7																																																																																																			
8	4	5	8																																																																																																				
7		3	7																																																																																																				
7	6	3	6	3																																																																																																			
scores →	A 10	B 0	A 10	B 7																																																																																																			
	A 19	B 7	A 19	B 13																																																																																																			

Le calcul mental : un enseignement

Rappels :

- Dès le CP, il doit faire l'objet d'une pratique quotidienne d'au moins 15 minutes.
- Alternier des moments d'entraînement et des moments qui permettent de concevoir des méthodes et comparer leur efficacité (séance de 30 minutes, 1 fois/semaine).

Deux types de séances :

Découverte :

- Résoudre des calculs de diverses manières.
- Echanger sur les procédures.
- Choisir les procédures les plus efficaces.

Renforcement :

- Optimiser les procédures efficaces en les manipulant systématiquement.
- Varier les calculs : nombres purs/petits problèmes numériques.

Le déroulement de la séance :

D'après les travaux de F. Boule et D. Butlen

- La phase d'échauffement :

De courte durée et ne présentant aucune difficulté, elle doit permettre à **tous** les élèves de participer.

Expl : furet

- La phase d'entraînement :

Avec des calculs simples, en jouant sur **les différentes variables** en jeu. Elle fait appel à des procédures connues, rappelées collectivement en correction.

Expl : table d'addition

- La phase de renforcement :

Enchaînement de calculs plus longs, plus complexes ou construction de procédures nouvelles, adaptées aux nouveaux calculs proposés.

Expl : $23 + 45$, $25 + 26$

Exemple: 20 minutes en CP

Entretien connaissance du répertoire additif:

- *A l'oral: Furet de 2 en 2 à partir de 11*
- *A l'ardoise:*
 - $6+5$; $9+6$; $3+9$; $4+8$; $8+9$
 - 7 pour aller à 11; 4 pour aller à 10
8 pour aller à 15; 5 pour aller à 13
- Le meilleur calcul pour une somme:
- Deux sommes écrites au tableau
 $13 + 24$, $16 + 15$
- *Ardoise*
- Trouver le plus rapidement possible le résultat sans poser d'opération
- Confrontation des procédures

Exemple 30 minutes en CE1

Entretien connaissance du répertoire multiplicatif:

-*A l'oral: Furet des tables du 3 et du 4 dans l'ordre et dans le désordre*

-*A l'ardoise:*
double de 9, 10, 11, 12, 15

Le meilleur calcul pour une différence:

• *Trois différences écrites au tableau:*
 $27 - 12 =$ $48 - 25 =$ $120 - 90 =$

• *Ardoise*

• Trouver le plus rapidement possible le résultat sans poser d'opération

• Confrontation des procédures

Le rôle de l'enseignant

Avant :

- Il choisit les objectifs spécifiques.
- Il définit les situations d'apprentissage (des automatismes aux exercices réfléchis puis aux petits problèmes).

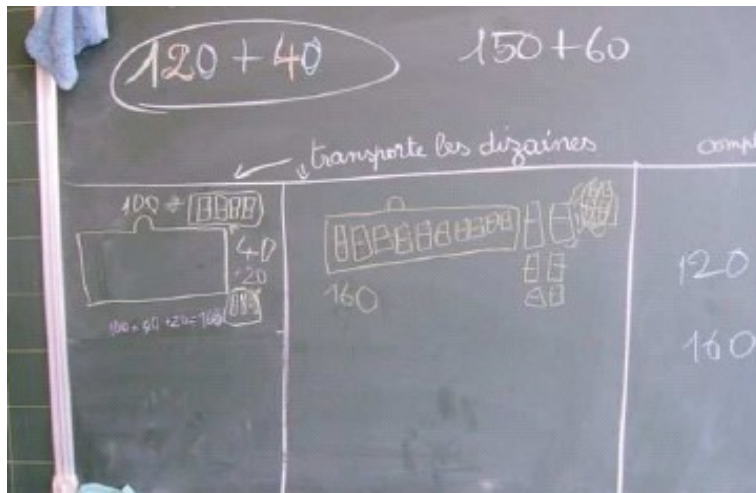
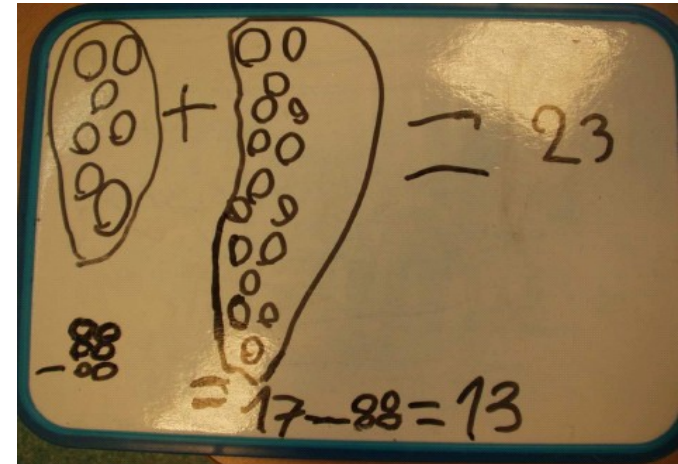
Pendant :

- Il annonce en début de séance les différentes phases et leur but.
- Il veille à la gestion du temps.
- Il recentre les élèves.
- Il clarifie un point particulier.
- Il fournit des compléments d'information.
- Il aide aux comparaisons et favorise les échanges entre pairs.
- Il reformule, note l'essentiel au tableau, sur une affiche.
- Il effectue une synthèse.

Après :

- Il réajuste les séances suivantes.
- Il prépare des évaluations différenciées.

Confronter les procédures



Stéphanie avait 42 images. Sa maman lui donne des images. Stéphanie a maintenant 60 images. Combien d'images lui a donné sa maman ?

de 40 à 60 il y a 20 images moins 2 car il y a 42 images donc sa mère a 18 images
Réponse: elle lui a donné 18 images